

«باسمه تعالی»

علی‌اصغر صالح‌جو

اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم امتحانات: پایانی اول

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

رشته: انسانی

پایه: دهم

امتحان: ریاضی

نام و نام خانوادگی:

شماره صندلی:

نام دبیر:



دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا

مدت زمان: ۹۰ دقیقه

تعداد صفحات:

ردیف	فرزندان خوبم با یاد خدا و ذکر صلوات بر پیامبر مهربانی‌ها و خاندان مطهرش به سوالات زیر با دقت پاسخ دهید.	بارم
۱	عبارت صحیح را (ص) و عبارات نادرست را با (غ) مشخص کنید. الف) معادله $x^2 + 6x = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد. ص ب) عبارت $b - 4ac$ را مبین معادله درجه ۲ می‌نامند. غ ج) یک تابع مانند f از مجموعه A به مجموعه B ، قانون یا ضابطه‌ای است که به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را نسبت دهد. ص د) جواب معادله $x^2 - 16 = 0$ برابر ۴ و -۴ است. ص	۱
۲	جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید. الف) هر معادله به صورت $ax + b = 0$ که در آن a و b اعداد حقیقی و a مخالف صفر است یک معادله درجه ۱ می‌نامند. ب) مربع عددی برابر با همان عدد به علاوه عدد یک با تبدیل معادله می‌شود $x^2 = x + 1$	۱
سوالات چهارگزینه‌ای (۲ نمره)		
۱	به ازای کدام مقدار m یکی از جواب‌های معادله $x^2 - mx - m = 1$ برابر با ۴ است. الف) ۳ ✓ (ب) ۲ (ج) -۲ (د) -۳	۰/۵
۲	در معادله درجه دومی که مجموع ضرایب آن صفر است، کدام عدد همواره جواب معادله است؟ الف) ۱ ✓ (ب) -۱ (ج) ۲ (د) صفر	۰/۵
۳	عرض یک مستطیل نصف طول آن است اگر محیط مستطیل ۱۵ واحد باشد، اختلاف طول و عرض آن چند واحد است؟ الف) ۵ (ب) ۵/۵ (ج) ۲ (د) ۲/۵ ✓	۰/۵
۴	در کدام معادله مجموعه جواب به صورت $\left\{3, \frac{1}{3}\right\}$ است. الف) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ (ب) $2x^2 + 5x + 3 = 0$ ج) $2x^2 - 5x - 3 = 0$ ✓ (د) $2x^2 + 5x - 3 = 0$	۰/۵

سوالات تشریحی (۱۶ نمره)

۱	محیط مربعی را بدست آورید که قطر آن $2\sqrt{5}$ باشد. هنگام مربع $+ \sqrt{10} \times 4 = 4\sqrt{10}$ $x^2 + x^2 = (2\sqrt{5})^2$ $2x^2 = 4 \times 5$ $x = \pm \sqrt{10}$	۱
۱/۵	حاصل عبارت زیر را به کمک اتحاد بنویسید. الف) $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4x^2 + 2x + \frac{1}{x^2}$ ب) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$	۲
۳	معادله‌های زیر را حل کنید. الف) $(x-3)^2 = 4$ (ریشه‌گیری) $x-3 = \pm \sqrt{4} \Rightarrow \begin{cases} x-3 = +2 \Rightarrow x=5 \\ x-3 = -2 \Rightarrow x=1 \end{cases}$ ب) $\frac{2x^2}{2} + \frac{3x}{2} = \frac{5}{2}$ (مربع کامل) $= x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{5}{2} = x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$ $\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16} \Rightarrow x + \frac{3}{4} = \pm \sqrt{\frac{49}{16}} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2} \\ x = 1 \end{cases}$ ج) $x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$ (روش کلی) $\Delta = b^2 - 4ac = 3 - 4 \times 1 \times -1 = 7$ $x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2} \\ x_2 = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2} \end{cases}$	۳
۱	مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله زیر را بدست آورید. (بدون راه حل) $4x^2 + 3x - 7 = 0$ مجموع $= -\frac{b}{a} = -\frac{3}{4}$ حاصل ضرب $= \frac{c}{a} = -\frac{7}{4}$	۴
۲	معادله زیر را حل کنید. $\left(\frac{10}{x-3} - \frac{5(x-1)}{x-3} - \frac{2}{1}\right) x(x-3)$ $10 - 5x + 5 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow -7x + 19 = 0$ $x = 3$	۵

۶	به ازای چه مقدار m معادله $\frac{x}{m-x} + \frac{m-x}{x} = \frac{m}{x}$ دارای جواب $x = 2$ است؟ $\frac{2}{m-2} + \frac{m-2}{2} = \frac{m}{2}$ $1 + m^2 - 2m + 2 = m^2 - 2m$ $1 - 2m = -2m \Rightarrow \boxed{m = 1}$
۷	اگر رابطه f تابع باشد در این صورت $x^2 + y^2$ را بدست آورید. $f = \{(2, x + y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x - y)\}$ $\begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ 3 + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 1}$ $\begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x = 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = 3}$ $x^2 + y^2 = 3^2 + 1^2 = \boxed{10}$
۸	در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$ ، $f(2) = 8$ مقادیر $f(5)$ و $f(-3)$ را بیابید. $m = \frac{8-5}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$ $y - y_0 = m(x - x_0)$ $y - 5 = 3(x - 1)$ $\boxed{y = 3x + 2}$ $y = 3(-3) + 2 = -9 + 2 = \boxed{-7}$ $y = 3(5) + 2 = 15 + 2 = \boxed{17}$
۹	رابطه هزینه شرکتی $C(x) = 9x + 11$ و رابطه درآمد آن برابر $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 15x + 1$ واحد است: الف) نقطه سربه سر ب) ماکسیمم سود $P(x) = R(x) - C(x)$ $P(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 15x + 1 - (9x + 11)$ $P(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 6x - 10$ $P_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-\frac{1}{4})} = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} = \boxed{12}$ $P_{max} = -\frac{1}{4}(12)^2 + 6(12) - 10 = -9 + 72 - 10 = \boxed{53}$ $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36}}{-\frac{1}{2}} = \frac{-6 \pm 6}{-\frac{1}{2}}$ $x_1 = 0$ $x_2 = 12$ الف) $x = 12$ ب) $P_{max} = 53$
۱۰	دو شیر آب A و B یک استخر متصل اند شیر A استخر را ۱۰ ساعت زودتر از شیر B پر می کند، چنانچه دو شیر را با هم باز کنیم آنگاه استخر در ۱۲ ساعت پر می شود. اگر شیر B به تنهایی باز باشد استخر در چند ساعت پر می شود؟ $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12}\right) 12x(x+10)$ $-x^2 + 14x + 120 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = -6 \end{cases}$ $x = 20$ $x = -6$ A شیر = ۲۰ B شیر = ۳۰
	نمره با عدد با حروف امضا و تاریخ

۶	به ازای چه مقدار m معادله $\frac{x}{m-x} + \frac{m-x}{x} = \frac{m}{x}$ دارای جواب $x = 2$ است؟ $\frac{2}{m-2} + \frac{m-2}{2} = \frac{m}{2}$ $2 + m^2 - 2m + 2 = m^2 - 2m$ $1 - 2m = -2m \Rightarrow \boxed{m = 1}$
۷	اگر رابطه f تابع باشد در این صورت $x^2 + y^2$ را بدست آورید. $f = \{(2, x + y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x - y)\}$ $\begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ 3 + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 1}$ $\begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x = 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = 3}$ $x^2 + y^2 = 3^2 + 1^2 = \boxed{10}$
۸	در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$، $f(2) = 8$، مقادیر $f(5)$ و $f(-3)$ را بیابید. $m = \frac{8-5}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$ $y - y_0 = m(x - x_0)$ $y - 5 = 3(x - 1)$ $\boxed{y = 3x + 2}$ $y = 3(-3) + 2 = -9 + 2 = \boxed{-7}$ $y = 3(5) + 2 = 15 + 2 = \boxed{17}$
۹	رابطه هزینه شرکتی $C(x) = 9x + 11$ و رابطه درآمد آن برابر $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 15x + 1$ واحد است: الف) نقطه سربه سر ب) ماکسیمم سود $P(x) = R(x) - C(x)$ $P(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 15x + 1 - (9x + 11)$ $P(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 6x - 10$ $P_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-\frac{1}{4})} = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} = \boxed{12}$ $P_{max} = -\frac{1}{4}(4)^2 + 6(4) - 10 = -4 + 24 - 10 = \boxed{10}$ $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36}}{-\frac{1}{2}}$ $x_1 = 10, x_2 = 2$ الف) $x_1 = 10$ ب) $P_{max} = 10$
۱۰	دو شیر آب A و B یک استخر متصل اند شیر A استخر را ۱۰ ساعت زودتر از شیر B پر می کند، چنانچه دو شیر را با هم باز کنیم آنگاه استخر در ۱۲ ساعت پر می شود. اگر شیر B به تنهایی باز باشد استخر در چند ساعت پر می شود؟ $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12} \right) 12x(x+10)$ $-x^2 + 14x + 120 = 0 \Rightarrow x_1 = 20, x_2 = -6$ شیر A = ۲۰ شیر B = ۳۰
نمره با عدد با حروف امضا و تاریخ	